Kanton Basel-Stadt | Erziehungsdepartement
Kanton Basel-Landschaft | Bildungs-, Kultur- und Sportdirektion

Aufnahmeprüfung Berufsmaturität

9. August 2023

Mathematik

(Nachprüfung)

Gestaltung und Kunst
Gesundheit und Soziales
Technik, Architektur, Life Sciences
Wirtschaft & Dienstleistungen

Dauer: 60 Minuten

Lösungen

Name: ______________________________

Vorname: ______________________________

Note: _________

Punkte:

Total erreichte Punkte: _________

Hinweise:
- Lösen Sie alle Aufgaben direkt auf den Aufgabenblättern. Benützen Sie bei Platzmangel die gegenüberliegende Seite.
- Schreiben Sie mit Kugelschreiber oder Tinte.
- Unterstreichen Sie das gültige Resultat doppelt.
- Der Lösungsweg muss verständlich sein.

Hilfsmittel:
- Schreib- und Konstruktionsutensilien
- abgegebene Formelsammlung
- einfacher Taschenrechner (nicht erlaubt sind Grafikrechner, Rechner mit Solver, Rechner mit CAS sowie Rechner, welche mit Buchstaben rechnen können)

Sperrfrist: 30. September 2024

Vis. Korrektur: ______________

Aufgabe 1 — 2 P.

Verwandeln Sie in die angegebenen Einheiten:

a) $12'800\,g = \underline{\underline{12.8\,kg}}$ $\boxed{\text{1 P.}}$ (1P.)

b) $18.5\,m^2 = \underline{\underline{18'500'000\,mm^2}}$ $\boxed{\text{1 P.}}$ (1P.)

Aufgabe 2 — 3 P.

a) *Berechnen Sie den folgenden Term für* $a = 3$ *und* $b = -2$*:*

$8a^2 - 3ab^2 + b^3 =$ (1P.)

$8 \cdot 3^2 - 3 \cdot 3 \cdot (-2)^2 + (-2)^3 = 8 \cdot 9 - 3 \cdot 3 \cdot 4 - 8 =$ $\boxed{\text{0.5 P.}}$

$72 - 36 - 8 = \underline{\underline{28}}$ $\boxed{\text{0.25 P.}}$

$\boxed{\text{0.25 P.}}$

b) *Kürzen Sie:*

$\frac{18x^2y^{10}}{6x^5y^4} = \underline{\underline{\frac{3y^6}{x^3}}}$ $\boxed{\text{0.5 P.}}$ (0.5P.)

Falls die Zahl oder eine Potenz falsch ist: 0.25 P.

c) *Vereinfachen Sie den folgenden Term so weit wie möglich:*

$6a + (-2a + b) - [-3a + 2b - (2a + 5b)] =$ (1P.)

$6a + (-2a + b) - [-3a + 2b - (2a + 5b)] = 6a - 2a + b - [-3a + 2b - 2a - 5b] =$

$\boxed{\text{0.5 P.}}$

$6a - 2a + b + 3a - 2b + 2a + 5b = \underline{\underline{9a + 4b}}$ $\boxed{\text{0.25 P.}}$

$\boxed{\text{0.25 P.}}$

d) *Multiplizieren Sie aus:*

$(3a-2)(2b-7)=\underline{\underline{6ab-21a-4b+14}}$ $\boxed{\text{0.5 P.}}$ (0.5P.)

Falls 1 Summand falsch ist: 0.25 P.

Aufgabe 3 **2 P.**

Zerlegen Sie die folgenden Terme in Faktoren:

a) $18a^3-30a^2b+12a^2c=\underline{\underline{6a^2(3a-5b+2c)}}$ $\boxed{\text{1 P.}}$ (1P.)

Falls nicht $6a^2$ ausgeklammert wurde oder ein Summand in der Klammer falsch ist: 0.5 P.

b) $4a^2-20ab+25b^2=\underline{\underline{(2a-5b)^2}}$ $\boxed{\text{0.5 P.}}$ (0.5P.)

c) $100a^2-49=\underline{\underline{(10a+7)(10a-7)}}$ $\boxed{\text{0.5 P.}}$ (0.5P.)

Aufgabe 4	**4 P.**

a) *Lösen Sie die folgende Gleichung nach x auf:*

$$(x+3)(2x-5)=2x^2-6x+6$$ (1.5P)

$2x^2-5x+6x-15=2x^2-6x+6$		0.5 P.
$2x^2+x-15=2x^2-6x+6$	$\mid -2x^2$	0.25 P.
$x-15=-6x+6$	$\mid +6x \quad +15$	0.25 P.
$7x=21$	$\mid :7$	0.25 P.
$\underline{\underline{x=3}}$		0.25 P.

b) *Lösen Sie die folgende Gleichung nach x auf:*

$$\frac{x-2}{9}+\frac{3x-4}{15}=2$$ (1.5P.)

$\frac{5(x-2)}{45}+\frac{3(3x-4)}{45}=\frac{90}{45}$	$\mid \cdot 45$	0.25 P.
$5(x-2)+3(3x-4)=90$		0.25 P.
$5x-10+9x-12=90$		0.25 P.
$14x-22=90$	$\mid +22$	0.25 P.
$14x=112$	$\mid :14$	0.25 P.
$\underline{\underline{x=8}}$		0.25 P.

c) *Lösen Sie die folgende Formel nach c auf:*

$$F = \frac{a+c}{2} \cdot h \qquad \text{(1P.)}$$

$$F = \frac{a+c}{2} \cdot h \qquad \Big| \cdot 2$$

$$2F = (a+c) \cdot h \qquad \Big| : h \qquad \boxed{0.25\ \text{P.}}$$

$$\frac{2F}{h} = a+c \qquad \Big| -a \qquad \boxed{0.25\ \text{P.}}$$

$$\underline{\underline{c = \frac{2F}{h} - a}} \qquad \boxed{0.5\ \text{P.}}$$

Variante

$$F = \frac{a+c}{2} \cdot h \qquad \Big| \cdot 2$$

$$2F = (a+c) \cdot h \qquad \text{Klammern auflösen} \qquad \boxed{0.25\ \text{P.}}$$

$$2F = ah + ch \qquad \Big| -ah \qquad \boxed{0.25\ \text{P.}}$$

$$2F - ah = ch \qquad \Big| : h \qquad \boxed{0.25\ \text{P.}}$$

$$\underline{\underline{c = \frac{2F - ah}{h}}} \qquad \boxed{0.25\ \text{P.}}$$

Aufgabe 5 **3 P.**

a) *Vereinfachen Sie:*

$$\frac{2x+y}{z} - \frac{2y-x}{z} = \qquad \text{(0.5P.)}$$

$$\frac{2x+y}{z} - \frac{2y-x}{z} = \frac{2x+y-(2y-x)}{z} =$$

$$\frac{2x+y-2y+x}{z} = \underline{\underline{\frac{3x-y}{z}}}$$

$\boxed{0.25\ \text{P.}}$ $\boxed{0.25\ \text{P.}}$

b) *Vereinfachen Sie:*

$$\frac{2x-3}{6x}+\frac{3x+1}{8x}+\frac{2}{3}= \qquad \text{(2P.)}$$

$$\frac{2x-3}{6x}+\frac{3x+1}{8x}+\frac{2}{3}=\frac{4(2x-3)}{24x}+\frac{3(3x+1)}{24x}+\frac{2\cdot 8x}{24x}= \quad \boxed{0.75\text{ P.}}$$

$$\frac{4(2x-3)+3(3x+1)+16x}{24x}= \quad \boxed{0.25\text{ P.}}$$

$$\frac{8x-12+9x+3+16x}{24x}=\frac{33x-9}{24x}=$$

$\boxed{0.25\text{ P.}}$ $\boxed{0.25\text{ P.}}$

$$\frac{3(11x-3)}{24x}=\underline{\underline{\frac{11x-3}{8x}}} \quad \boxed{0.25\text{ P.}}$$

$\boxed{0.25\text{ P.}}$

c) *Vereinfachen Sie:* (0.5P.)

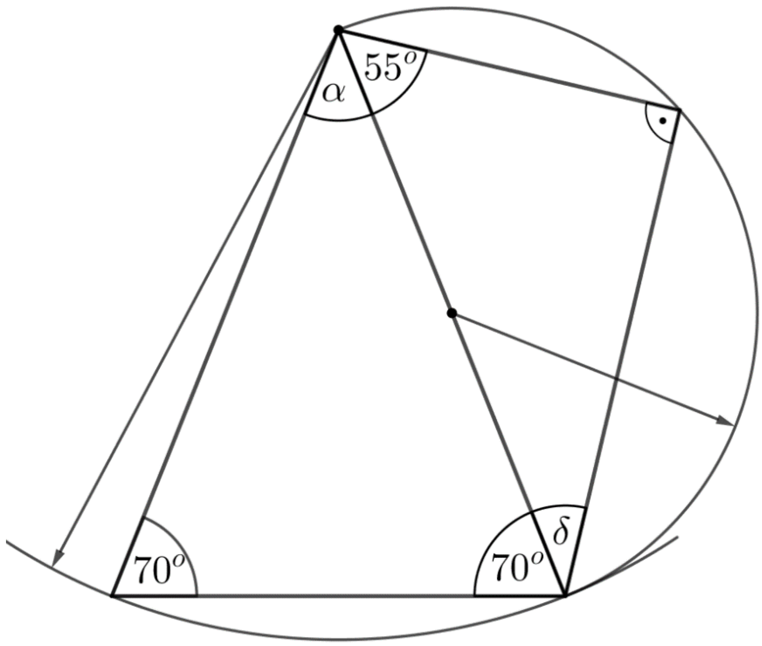
$$\frac{\frac{a}{14}}{\frac{b}{21}}=$$

$$\frac{\frac{a}{14}}{\frac{b}{21}}=\frac{a}{14}\cdot\frac{21}{b}=\underline{\underline{\frac{3a}{2b}}} \quad \boxed{0.25\text{ P.}}$$

$\boxed{0.25\text{ P.}}$

Aufgabe 6 **2 P.**

Berechnen Sie die Winkel α und δ:



Gleichschenkliges Dreieck:

$\underline{\underline{\alpha}} = 180^\circ - 2 \cdot 70^\circ \underline{\underline{= 40^\circ}}$ $\boxed{\text{1 P.}}$

Thaleskreis erkannt $\boxed{\text{0.5 P.}}$

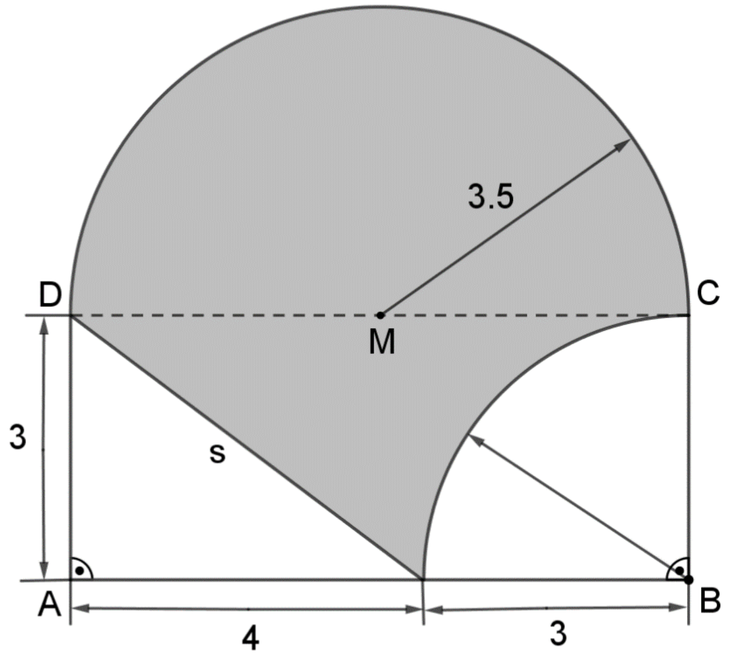
$\underline{\underline{\delta}} = 180^\circ - 90^\circ - 55^\circ \underline{\underline{= 35^\circ}}$ $\boxed{\text{0.5 P.}}$

Aufgabe 7 **4 P.**

Das Viereck ABCD ist ein Rechteck mit der Länge $l = 7$ und der Breite $b = 3$.

a) Berechnen Sie den Inhalt der grauen Fläche.
Runden Sie das Resultat auf zwei Dezimalstellen. *(2P.)*

b) Berechnen Sie den Umfang der grauen Fläche.
Runden Sie das Resultat auf zwei Dezimalstellen. *(2P.)*



a) Untere Teilfläche: $A_1 = A_{\text{Rechteck}} - A_{\text{Viertelkreis}} - A_{\text{Dreieck}}$ 0.5 P.

$A_{\text{Rechteck}} = 3 \cdot 7 = 21$ 0.25 P.

$A_{\text{Viertelkreis}} = \dfrac{\pi \cdot 3^2}{4} \approx 7.07$ 0.25 P.

$A_{\text{Dreieck}} = \dfrac{3 \cdot 4}{2} = 6$ 0.25 P.

$A_1 \approx 21 - 7.07 - 6 \approx 7.93$ 0.25 P.

Obere Teilfläche: $A_2 = A_{\text{Halbkreis}} = \dfrac{\pi \cdot 3.5^2}{2} \approx 19.24$ 0.25 P.

Gesamte graue Fläche: $A = A_1 + A_2 \approx 7.93 + 19.24 \approx \underline{\underline{27.17}}$ 0.25 P.

b) $s = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$ $\boxed{0.5\text{ P.}}$

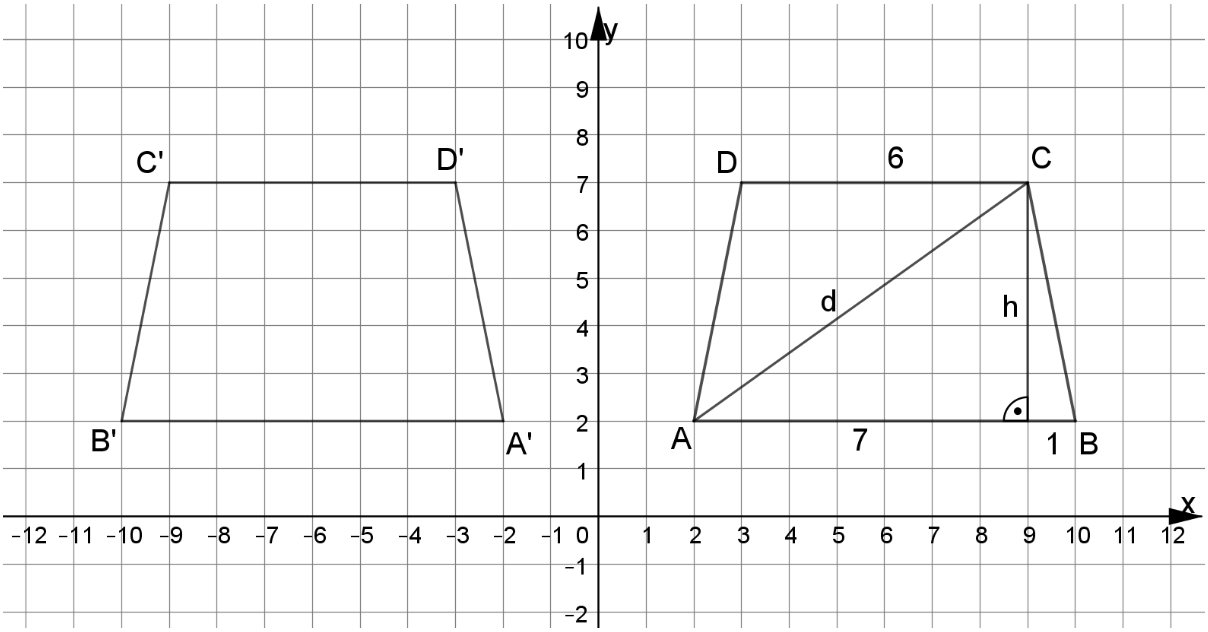
Viertelkreisbogen: $b_1 = \dfrac{2\pi \cdot 3}{4} \approx 4.71$ $\boxed{0.5\text{ P.}}$

Halbkreisbogen: $b_2 = \dfrac{2\pi \cdot 3.5}{2} \approx 11.00$ $\boxed{0.5\text{ P.}}$

Umfang: $U = s + b_1 + b_2 \approx 5 + 4.71 + 11.00 \approx \underline{\underline{20.71}}$ $\boxed{0.5\text{ P.}}$

Aufgabe 8 **3 P.**

Das Viereck ABCD ist ein gleichschenkliges Trapez.



a) *Berechnen Sie den Flächeninhalt des Trapezes.* (1P.)

$$A = \frac{a+c}{2} \cdot h$$

$$A = \frac{8+6}{2} \cdot 5 = \underline{\underline{35}}$$ 0.5 P.

0.5 P.

b) *Berechnen Sie die Länge einer Diagonalen des Trapezes.*
Runden Sie das Resultat auf zwei Dezimalstellen. (1P.)

Rechtwinkliges Dreieck eingezeichnet und beschriftet 0.5 P.

$$d = \sqrt{7^2 + 5^2} = \sqrt{74} \approx \underline{\underline{8.60}}$$ 0.25 P.

0.25 P.

c) Das Trapez wird an der y-Achse gespiegelt.
Geben Sie die Koordinaten der Eckpunkte des Bildes an. (1P.)

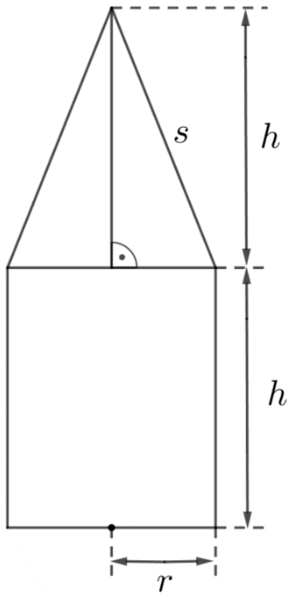
$\underline{\underline{A(-2; 2)}}$ $\underline{\underline{B(-10; 2)}}$ $\underline{\underline{C(-9; 7)}}$ $\underline{\underline{D(-3; 7)}}$

0.25 P. 0.25 P. 0.25 P. 0.25 P.

Aufgabe 9 **3 P.**

Das Holstentor befindet sich in Lübeck und besteht aus zwei Türmen und einem verbindenden Mittelbau. Wir betrachten im Folgenden einen der beiden Türme.

Ein Turm besteht aus einem geraden Kreiszylinder mit Höhe $h = 20\,\text{m}$.
Dem Zylinder ist ein gerader Kreiskegel mit der gleichen Höhe $h = 20\,\text{m}$ aufgesetzt.
Der Radius des Grundkreises von Kegel und Zylinder beträgt $r = 6.25\,\text{m}$.



a) *Berechnen Sie das Volumen eines Turms.* (1.5P.)
Runden Sie das Resultat auf zwei Dezimalstellen.

b) *Berechnen Sie die Mantelfläche eines Turms.* (1.5P.)
Runden Sie das Resultat auf zwei Dezimalstellen.

a) $V_{\text{Zylinder}} = \pi r^2 h = \pi \cdot (6.25\,\text{m})^2 \cdot 20\,\text{m} \approx 2454.37\,\text{m}^3$ 0.5 P.

$V_{\text{Kegel}} = \frac{\pi r^2 h}{3} = \frac{\pi \cdot (6.25\,\text{m})^2 \cdot 20\,\text{m}}{3} \approx 818.12\,\text{m}^3$ 0.5 P.

$V = V_{\text{Zylinder}} + V_{\text{Kegel}} \approx \underline{\underline{3272.49\,\text{m}^3}}$ 0.5 P.

b) Mantelfläche Zylinder: $M_Z = 2\pi r h = 2 \cdot \pi \cdot 6.25\,\text{m} \cdot 20\,\text{m} \approx 785.40\,\text{m}^2$ 0.5 P.

Mantellinie des Kegels: $s = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{(6.25\,\text{m})^2 + (20\,\text{m})^2} \approx 20.95\,\text{m}$ 0.5 P.

Mantelfläche Kegel: $M_K = \pi r s \approx \pi \cdot 6.25\,\text{m} \cdot 20.95\,\text{m} \approx 411.43\,\text{m}^2$ 0.25 P.

Mantelfläche Turm: $M = M_Z + M_K \approx \underline{\underline{1196.83\,\text{m}^2}}$ 0.25 P.

Aufgabe 10	3 P.

In Deutschland befinden sich rund 83.2 Millionen Einwohner.
Die folgende Tabelle gibt einen teilweisen Überblick über den Stand der Coronaimpfungen am 7. Juli 2022.

Anzahl Impfungen	Anzahl Einwohner	Prozentsatz der Einwohner
keine	**18'470'400**	22.2%
eine	**1'331'200**	**1.6%**
zwei	**12'064'000**	14.5%
drei oder vier	51'334'400	**61.7%**

Berechnen Sie die fehlenden Einträge in der Tabelle und notieren Sie jeweils Ihre Berechnungen.

(1P. für die erste Berechnung)
(jeweils 0.5P. für die nächsten Berechnungen)

Anzahl Einwohner ohne Impfung:

$$\frac{83'200'000}{100} \cdot 22.2 = \underline{\underline{18'470'400}} \quad \boxed{1\text{ P.}}$$

Anzahl Einwohner mit zwei Impfungen:

$$\frac{83'200'000}{100} \cdot 14.5 = \underline{\underline{12'064'000}} \quad \boxed{0.5\text{ P.}}$$

Anzahl Einwohner mit einer Impfung:

$$83'200'000 - 18'470'400 - 12'064'000 - 51'334'400 = \underline{\underline{1'331'200}} \quad \boxed{0.5\text{ P.}}$$

Prozentsatz der Einwohner mit einer Impfung:

$$\frac{1'331'200}{83'200'000} \cdot 100\% = \underline{\underline{1.6\%}} \quad \boxed{0.5\text{ P.}}$$

Prozentsatz der Einwohner mit drei oder vier Impfungen:

$$\frac{51'334'400}{83'200'000} \cdot 100\% = \underline{\underline{61.7\%}} \quad \boxed{0.5\text{ P.}}$$

Variante: $100\% - 22.2\% - 1.6\% - 14.5\% = \underline{\underline{61.7\%}}$

Aufgabe 11 **3 P.**

Ein Schnellzug fährt um 7.00 Uhr zum 120 km entfernten Ziel ab.

Während den ersten 15 Minuten fährt der Schnellzug mit 160 km/h.
Wegen eines technischen Defekts steht er anschliessend während 12 Minuten still.
Den zweiten Teil der Strecke legt der Zug mit 200 km/h zurück.

Um welche Uhrzeit trifft der Schnellzug am Ziel ein?

Hinweis: Benutzen Sie die Formel $v = \frac{s}{t}$.

Strecke während den ersten 15 Minuten:

$s_1 = v_1 \cdot t_1 = 160\frac{km}{h} \cdot 0.25\,h = 40\,km$ 1 P.

Zweites Teilstück, das mit 200 km/h zurückgelegt wird:

$s_2 = s - s_1 = 120\,km - 40\,km = 80\,km$ 0.25 P.

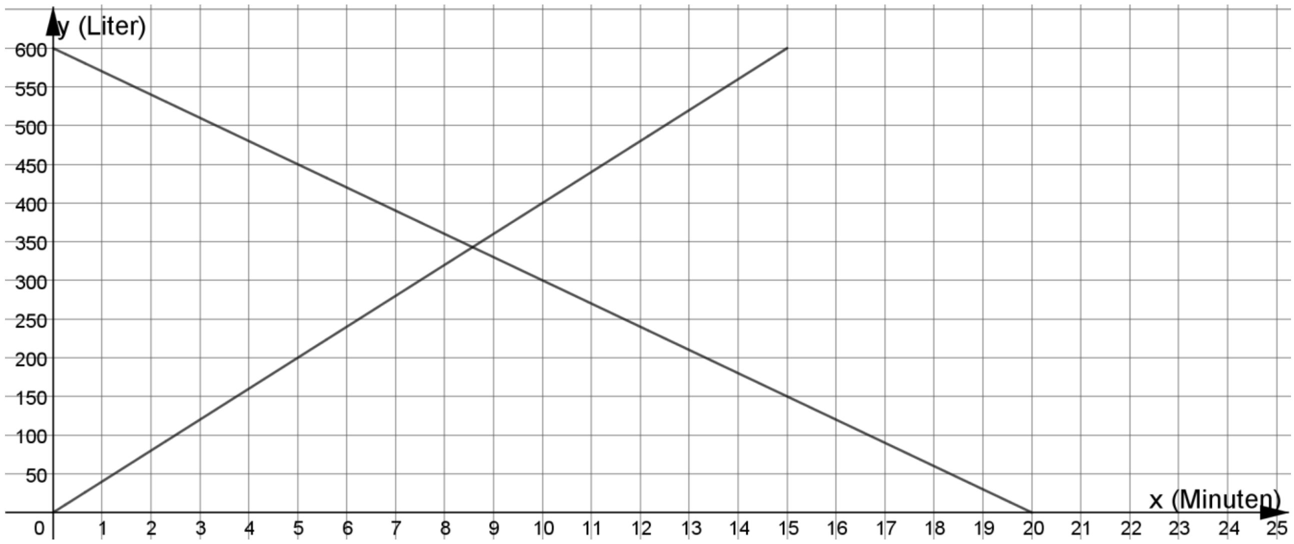
Zeit für die Reststrecke: $t_2 = \frac{s_2}{v_2} = \frac{80\,km}{200\frac{km}{h}} = 0.4\,h = 24\,min$ 1 P.

Gesamte Zeit: $t = 15\,min + 12\,min + 24\,min = 51\,min$ 0.25 P.

Der Schnellzug trifft um <u>7.51 Uhr</u> ein. 0.5 P.

Aufgabe 12 **4 P.**

Ein Gefäss mit einem Gesamtvolumen von 600 Litern wird durch einen Zufluss mit Wasser gefüllt. Der Zusammenhang zwischen der Zeit in Minuten (x) und dem Wasservolumen in Litern (y) ist im untenstehenden Koordinatensystem dargestellt.



a) *Berechnen Sie die Anzahl Liter, die in einer Minute durch den Zufluss strömen.* (1P.)

$$\frac{600\,\mathrm{l}}{15\,\mathrm{min}} = \underline{\underline{40\,\frac{\mathrm{l}}{\mathrm{min}}}}$$ 0.5 P.

0.5 P.

Das Gefäss kann durch einen Abfluss entleert werden. Pro Minute werden 30 Liter entleert. Zum Zeitpunkt $x = 0$ ist das Gefäss vollständig mit 600 l Wasser gefüllt.

b) *Stellen Sie den Zusammenhang zwischen der Zeit in Minuten (x) und dem Wasservolumen in Litern (y) im obigen Koordinatensystem graphisch dar.* (1P.)

Siehe Graphik 1 P.

c) *Nach wie vielen Minuten ist das Gefäss leer?* (0.5P.)

Das Gefäss ist <u>nach 20 Minuten</u> leer. 0.5 P.

(Graphische oder rechnerische Lösung möglich)

d) *Mit welcher Gleichung kann das Volumen y in Litern bei der Entleerung des Gefässes berechnet werden? Hinweis: x bezeichnet die Zeit in Minuten.* (1 P.)

	Markieren Sie die korrekte Gleichung mit einem Kreuz:
1) $y = 30x + 600$	
2) $y = 30x - 600$	
3) $y = -30x + 600$	**x**
4) $y = -30x - 600$	

1 P.

e) Beim Füllen des zu Beginn leeren Gefässes bleibt aus Versehen der Abfluss geöffnet.
Wie lange dauert es, bis das Gefäss vollständig gefüllt ist? (0.5P.)

Es fliessen 10 Liter Wasser pro Minute in das Gefäss. 0.25 P.

Füllzeit: $\frac{600\,l}{10\,\frac{l}{min}} = \underline{\underline{60\,min = 1h}}$ 0.25 P.